

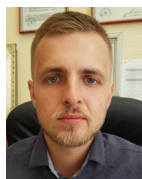
Кусочно-непрерывное измерение сил между колесом и рельсом по касательным напряжениям в двух сечениях рельса



Ю. П. Бороненко,
д. т. н., профессор,
заведующий кафедрой
«Вагоны и вагонное хо-
зяйство» Петербургского
государственного универ-
ситета путей сообщения
Императора Александра I
(ПГУПС)



Р. В. Рахимов,
к. т. н.,
докторант ПГУПС



А. А. Петров,
аспирант ПГУПС

Разработанная технология кусочно-непрерывной регистрации сил в контакте колесо – рельс по касательным напряжениям в двух сечениях рельса дает возможность повысить точность измерений, сократить сроки и стоимость испытаний.

В связи с увеличением массы поездов и развитием тяжеловесного движения остается актуальным определение воздействия подвижного состава на железнодорожный путь [1, 2]. Исследования по совершенствованию определения силовых воздействий подвижного состава на путь постоянно ведутся в России и за рубежом [3–7]. На железных дорогах России для определения указанных силовых воздействий применяются методы согласно ГОСТ Р 55050–2012 [8] и «РЖД-2016» [9–10].

В работе [11] проанализирована точность различных методов измерения и установлено, что погрешность нового метода «составила 1,01 % при восстановлении вертикальной силы».

На наш взгляд, это заключение не вполне корректно, оно основано на данных моделирования, в эксперименте такой результат получить невозможно.

Вероятность совпадения момента измерения с моментом прохождения измерительного сечения равна нулю, так как в эксперименте регистрирующая аппаратура ведет измерения дискретно, с частотой квантования, поэтому получаемый результат зависит от скорости движения вагона и частоты квантования.

На рис. 1 представлены значения восстановленных усилий при нагрузке 125 кН по регистрирующим показаниям согласно ГОСТ Р 55050–2012 при скорости 72 км/ч и частоте квантования 250, 1000, 2000 Гц.

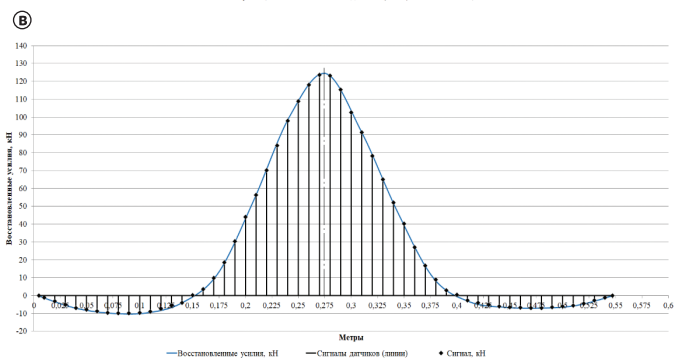
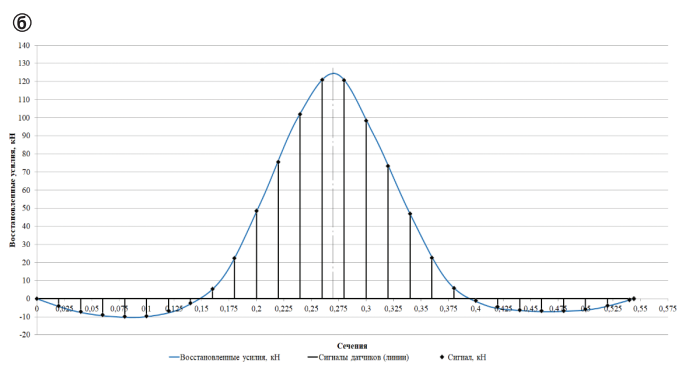
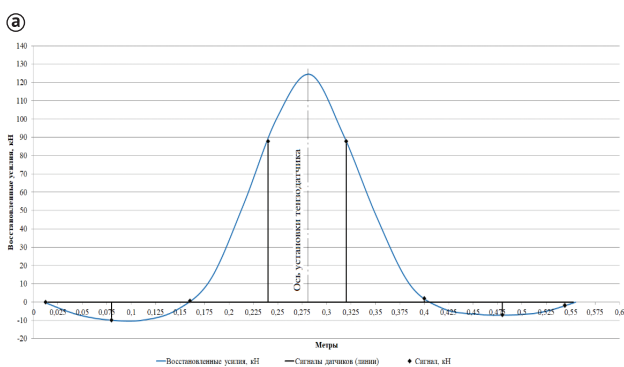


Рис. 1. Значения восстановленных усилий при перемещении нагрузки 125 кН по регистрирующим показаниям согласно ГОСТ Р 55050–2012 (при скорости 72 км/ч):

- а – регистрация через 8 см (частота квантования 250 Гц);
- б – регистрация через 2 см (частота квантования 1000 Гц);
- в – регистрация через 1 см (частота квантования 2000 Гц)

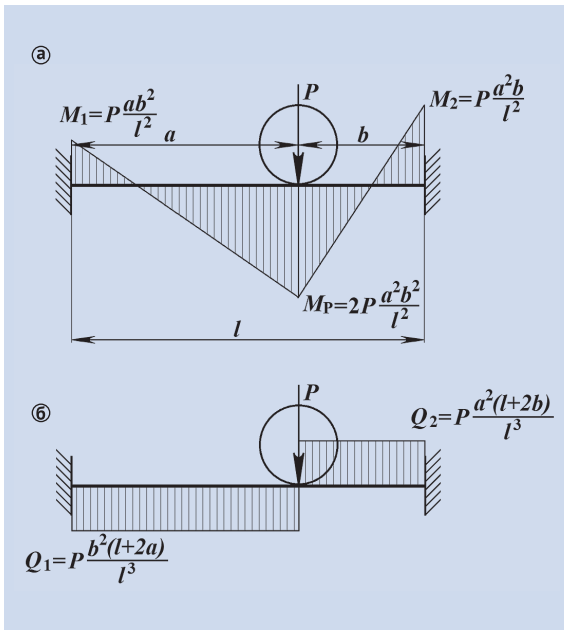


Рис. 2. Расчетная схема рельса в промежутке между шпалами и эпюры моментов и поперечных сил: а – эпюра моментов; б – эпюра поперечных сил

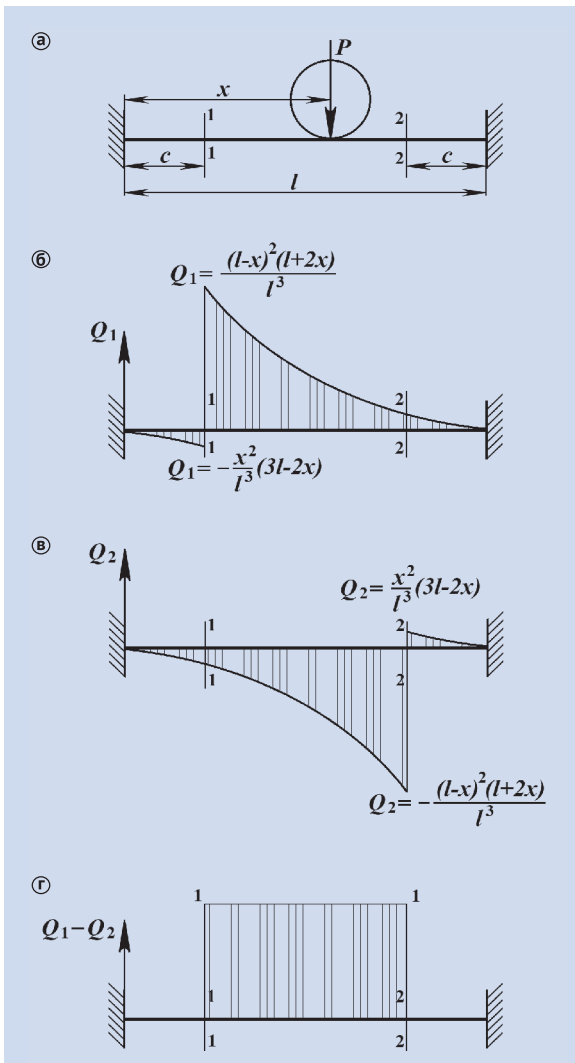


Рис. 3. Зависимости поперечной силы в сечениях рельса от перемещения колеса в межшпальном промежутке (линия влияния): а – расчетная схема; б, в – линия влияния поперечной силы в сечении 1–1 (б); в сечении 2–2 (в); г – разность поперечных сил $Q_1 - Q_2$

При скорости 72 км/ч (20 м/с) и нагрузке 125 кН ошибка измерения может достигать следующих значений:

- при частоте квантования 250 Гц (8 см) – 29,68 % (рис. 1, а);
- при частоте квантования 1000 Гц (2 см) – 6,88 % (рис. 1, б);
- при частоте квантования 2000 Гц (1 см) – 3,68 % (рис. 1, в).

Вследствие этого недостатка существующих методов для достоверности получаемой информации организуются многократные повторения опытов в виде повторных проездов испытуемого подвижного состава [4]. Поэтому в дальнейшем был проведен комплекс работ с целью разработки технологии непрерывной регистрации сил между колесом и рельсом на значительной части межшпального промежутка.

Аналитические расчеты по обоснованию возможности частично непрерывной регистрации вертикальных сил

Расчеты на основе технической теории изгиба стержней были выполнены на простейшей модели рельса в виде статически не определенной защемленной балки. Расчетная схема рельса в промежутке между шпалами, эпюры моментов и поперечных сил показаны на рис. 2.

Для определения закона измерения поперечной силы в двух симметричных сечениях относительно середины межшпального пролета при прохождении колеса на пролете на расстоянии x от каждой из опор были определены поперечные усилия в сечениях 1–1 и 2–2 с помощью линий влияния (рис. 3, а).

Для сечения 1–1 при нахождении колеса слева поперечная сила равна

$$Q_1 = R_2 = \frac{a^2}{l^3}(l + 2b) = -\frac{x^2}{l^3}(3l - 2x),$$

здесь учтено $b = l - x$.

При нахождении колеса справа от сечения 1–1 поперечная сила равна

$$Q_1 = R_1 = \frac{b^2}{l^3}(l + 2a) = \frac{(l - x)^2(l + 2x)}{l^3}.$$

Линия влияния для сечения 1–1 показана на рис. 3, б.

Аналогичные формулы можно получить и при нахождении колеса справа и слева от сечения 2–2 (рис. 3, в).

Вычитая из поперечной силы Q_1 в сечении 1–1 поперечную силу Q_2 в сечении 2–2, получаем, что разность постоянна и равна P при нахождении колеса в промежутке от сечения 1–1 до сечения 2–2 (рис. 3, г).

Этот же результат гораздо проще получить аналитически:

- на участке 0–1 $P = Q_1 - Q_2 = -R_2 + R_2 = 0$;
- на участке 2–3 $P = Q_1 - Q_2 = -R_1 + R_1 = 0$;
- на участке 1–2 $P = Q_1 - Q_2 = R_1 + R_2 = \frac{b^2}{l^3}(l + 2a) + \frac{a^2}{l^3}(l + 2b) = \frac{(a + b)^3}{l^3} = \frac{l^3}{l^3} = 1$,

учитывая, что $l = a + b$.

На основании полученного результата можно заключить, что при вычитании поперечных сил в двух сечениях их разность на расстоянии от одного измерительного сечения до второго остается постоянной и равна нагрузке от колеса на рельс. Это обстоятельство позволяет рассчитывать на высокую точность измерений, так как в расчетные формулы не входят параметры, зависящие от расстояния между шпалами и параметров опор.

Разность поперечных сил слева и справа равна действующей силе, а поперечные силы можно определить через касательные напряжения по формуле Журавского

$$P = Q_1 - Q_2 = \frac{l \cdot b}{S} (\tau_{zx}^{лев} - \tau_{zx}^{прав}),$$

где $\tau_{zx}^{лев}, \tau_{zx}^{прав}$ – касательные напряжения, измеренные соответственно в сечениях слева и справа от действующей силы;

S – статический момент нижней части сечения относительно точки, в которой

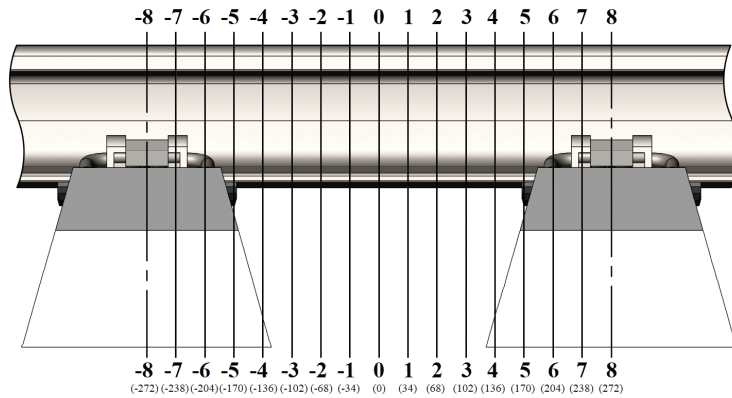


Рис. 4. Сечения исследуемого участка рельса (цифрами от -8 до 8 обозначены номера сечений, цифрами в скобках для каждого сечения указаны расстояния от средней части межшпального промежутка)

определяются напряжения;

b — ширина шейки рельса в измеряемом сечении;

I — момент инерции рельса.

С помощью тензометрических датчиков нельзя измерять сдвиговые деформации. Для этого предлагается воспользоваться известными соотношениями теории упругости между деформациями и напряжениями на главных площадках. Главные напряжения σ_1 и σ_3 и главные деформации ε_1 и ε_3 расположены на нейтральной оси сечения под углом 90° друг к другу и направлены под углом 45° к продольной оси рельса в противоположные стороны. В данном случае формулы для определения касательных напряжений τ_{zx} и деформаций сдвига γ_{zx} имеют простой вид:

$$\tau_{zx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

или

$$\gamma_{zx} = \varepsilon_1 - (-\varepsilon_3) = \varepsilon_1 + \varepsilon_3.$$

Для измерений главных напряжений предлагается устанавливать розетки из двух резисторов под углом 45° . Чтобы исключить влияние боковых и продольных сил, датчики предлагается устанавливать в двух сечениях симметрично с той и другой стороны рельса на нейтральную ось. Влияние температуры компенсируется, если датчики одной розетки включаются в разные плечи моста.

Расчеты по методу конечных элементов

Полученные при аналитическом расчете результаты были проверены расчетом с помощью метода конечных элементов. Были поставлены следующие задачи:

- проверить возможность восстановления сил по измерению касательных напряжений в двух сечениях рельса;

- оценить влияние смещения колеса от оси симметрии и боковых сил на точность измерений;

- оценить влияние жесткости железнодорожного пути и соседних колес тележки на точность измерений;

- выбрать максимальную длину измерительного участка, обеспечивающего непрерывное измерение вертикальной силы при точности измерений не менее 3 %.

Проверка возможности восстановления сил по измерению касательных напряжений в двух сечениях рельса

Для проверки возможности восстановления сил по измерению касательных напряжений в двух сечениях рельса была разработана конечно-элементная модель рельса с помощью программного комплекса Ansys Workbench версия 18.0. Конечно-элементная модель имитировала железнодорожный рельс типа Р65 по ГОСТ 8161-75 [12] длиной 3000 мм, уложенный на шпалы, расстояние между которыми составляет 544 мм.

Для расчета использовались конечные элементы типа Solid186 размером 8,5 мм квадратичной формы с двадцатью узлами, имеющими три степени свободы в каждом узле: перемещения в направлении осей x , y и z узловой системы координат. Конечно-элементная модель рельса включала в себя 31 152 элемента и 163 885 узлов.

Для определения зависимости касательных напряжений, возникающих на поверхности шейки рельса, от действующей вертикальной силы P в контакте колеса с рельсом исследуемый участок (участок рельса между шпалами) был разделен на 16 сечений, расстояние между которыми составляет 34 мм (рис. 4). На поверхности катания рельса для при-

ложения нагрузок были предусмотрены плоскости, соответствующие площади пятна контакта колеса с рельсом.

При расчетах методом конечных элементов вертикальная сила P прикладывалась в точке на поверхности головки рельса для каждого рассматриваемого сечения (от -8-го до 8-го сечения) и поочередно смещалась вдоль рельса.

В результате расчетов были определены восстановленные значения вертикальной силы (рис. 5) по разности значений касательных напряжений $\tau_{zx(+i)} - \tau_{zx(-i)}$, возникающих в двух симметричных сечениях рельса при перемещении вертикальной силы вдоль рельса.

При сравнении результатов расчетов восстановленных значений вертикальной силы (рис. 5) установлено, что основное отличие результатов, полученных по методу конечных элементов, от данных, найденных согласно балочной теории, заключалось в отсутствии скачка сил. При расчетах наблюдается быстрое нарастание значений восстановленных вертикальных сил на длине, примерно равной $3/4$ высоты рельса, затем рост замедляется и достигает максимума в центре межшпального промежутка. Силы в центре пролета остаются практически постоянными. Зона постоянного масштаба для восстановления вертикальной силы оказывается существенно меньше, чем следовало из расчета по балочной теории.

Максимальная длина измерительного участка, где обеспечивается постоянство восстановленной вертикальной силы по разности значений касательных напряжений, представлена на рис. 5, z - e .

Наилучшая точность восстановления вертикальной силы обеспечивается при измерении касательных напряжений в сечениях 4(-4) при длине измерительного участка 68 мм (рис. 5, z). При увеличении длины измерительного участка отклонение увеличивается. Точность восстановления вертикальной силы по сечениям 5(-5) и 6(-6) существенно ниже (рис. 5, d , e). Но в средней части измерительного участка любой из этих схем обеспечивается постоянство восстанавливаемой силы. Возникающие расхождения могут быть устранены градуировкой.

Оценка влияния на точность измерений смещения колеса от оси симметрии и боковых сил

При движении вагона происходит непрерывное перемещение пятна контакта колеса — рельс в поперечной плоскости,

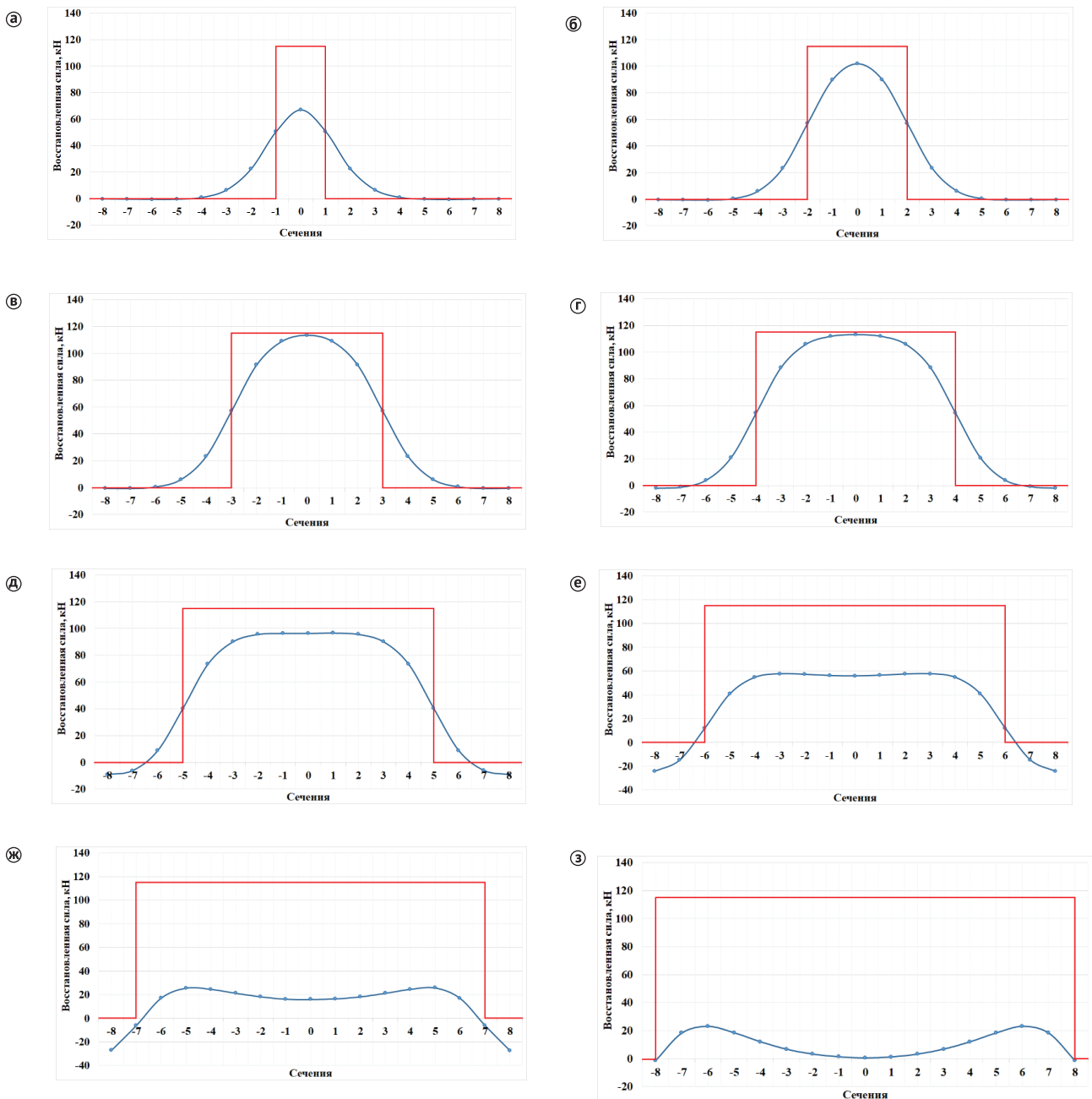


Рис. 5. Восстановленные значения вертикальной силы по разности значений касательных напряжений, возникающих в исследуемых сечениях рельса при перемещении вертикальной силы от сечения -8 до сечения 8: а – сечения 1(-1); б – сечения 2(-2); в – сечения 3(-3); г – сечения 4(-4); д – сечения 5(-5); е – сечения 6(-6); ж – сечения 7(-7); з – сечения 8(-8); — по методу балочной теории; —●— по методу конечных элементов

вертикальная сила также меняет свое расположение. Возможны случаи возникновения боковой силы при ударе гребня колеса о рельс. Поэтому были проведены дополнительные расчеты для случаев:

- смещения точки приложения вертикальной силы относительно продольной плоскости рельса;
- возникновения боковой силы.

В результате выполненных расчетов по методу конечных элементов с учетом перемещения пятна контакта колесо - рельс в поперечной плоскости и возникновения боковой силы установлено, что поперечное смещение ко-

лесной пары в колее составляет 12 мм, и боковая сила не оказывает существенного влияния на определение касательных напряжений от вертикальной силы. Влияние поперечного смещения колесной пары на результат составляет не более 1,6 %, а боковой силы — не более 1,38 %.

Оценка влияния на точность измерений жесткости железнодорожного пути и соседних колес тележки

Для оценки влияния на точность измерений жесткости пути и соседних

колес тележки выполнены дополнительные расчеты по определению вертикальных сил в контакте колесо - рельс по измеренным касательным напряжениям с учетом жесткости верхнего строения железнодорожного пути и продольной жесткости рельса и воздействия соседнего колеса тележки.

Один из вариантов расчетной схемы приведен на рис. 6. Жесткость рельсового основания измерялась от 5 до 19,5 т/мм в зависимости от характеристики пути по [13]. Результаты расчетов значения вертикальной силы при ее перемещении вдоль рельса представлены на рис. 7.

Значения разности касательных напряжений на измерительном участке остаются практически постоянными и не зависят от рассматриваемой расчетной схемы и жесткости рельсового основания. Однако от рассматриваемой расчетной схемы и жесткости рельсового основания зависит точность восстановления вертикальной силы и стандартное отклонение.

Наилучшая точность восстановления вертикальной силы обеспечивается при расчетной схеме, когда учтены жесткость рельсового основания и продольная жесткость рельса. В случае, когда учитываются воздействия соседнего колеса тележки и нагружение рельса осуществляется двумя вертикальными силами, расположенными на расстоянии 1850 мм, на измерительном участке увеличивается

стандартное отклонение восстановленной вертикальной силы. Погрешность восстановленной вертикальной силы при нагружении рельса с учетом жесткости элементов верхнего строения пути и продольной жесткости рельса уменьшилась и составила 0,438 %. При учете воздействия соседней колесной пары (нагружение рельса двумя вертикальными силами) погрешность увеличилась, но не превысила 1,6 %.

Таким образом, на основании выполненных исследований установлено, что наилучший вариант для восстановления вертикальной силы – измерение касательных напряжений при установке датчиков на расстоянии 170 мм (в сечениях –5 и 5) от центра (сечение 0–0) межшпального промежутка (расстояние между измерительными сечениями 340 мм) с длиной измерительного участка 136 мм и при установке датчиков на расстоянии 204 мм (в сечениях –6 и 6) от центра (сечение 0–0) межшпального промежутка (расстояние между измерительными сечениями 408 мм) с длиной измерительного участка 204 мм. Это обеспечивает стандартное отклонение восстановленной вертикальной силы не более 1 % по длине измерительного участка.

Для дальнейшей экспериментальной проверки рекомендуется установить датчики в сечениях 6(–6) и 5(–5), при условии расстояния между осями шпал 544 мм и длине межшпального промежутка 404 мм. Характеристики жесткости рельсового основания и рельса могут оказать влияние на результаты эксперимента. Возникающую неопределенность предлагается устранять в процессе градуировки.

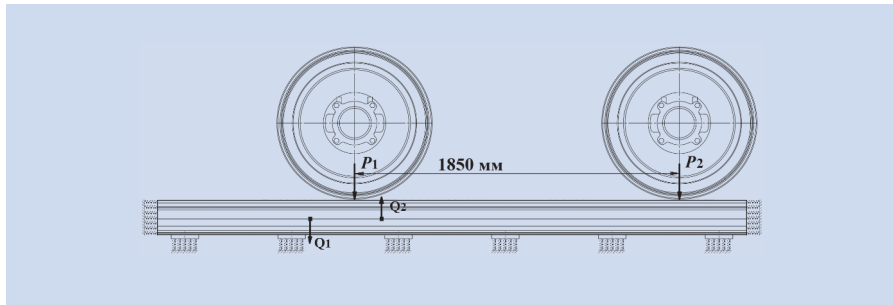


Рис. 6. Расчетная схема нагружения рельса двумя вертикальными силами на расстоянии 1850 мм с учетом жесткости элементов верхнего строения пути и продольной жесткости рельса

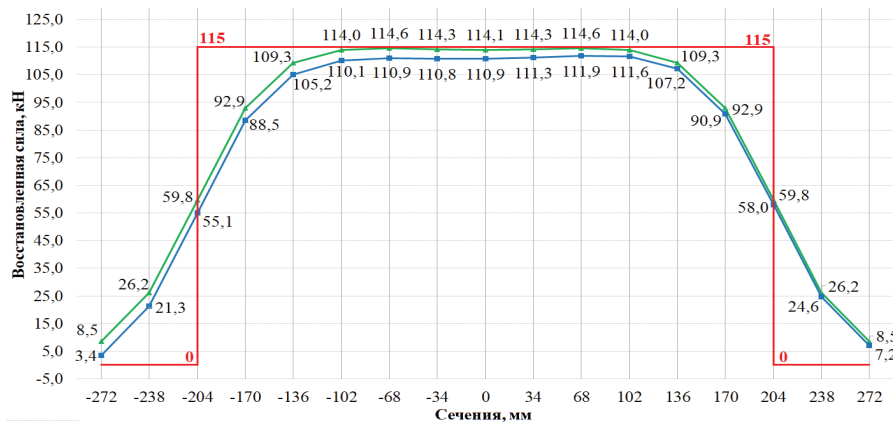


Рис. 7. Восстановленные значения вертикальной силы по разности значений касательных напряжений, возникающих в исследуемых сечениях рельса при перемещении вертикальной силы вдоль рельса:
 — по схеме, когда учитывается жесткость рельсового основания (при 5 т/мм);
 — по схеме, когда учитываются жесткость рельсового основания и вторая вертикальная сила от соседних колес тележки;
 — по схеме статически неопределимой балки

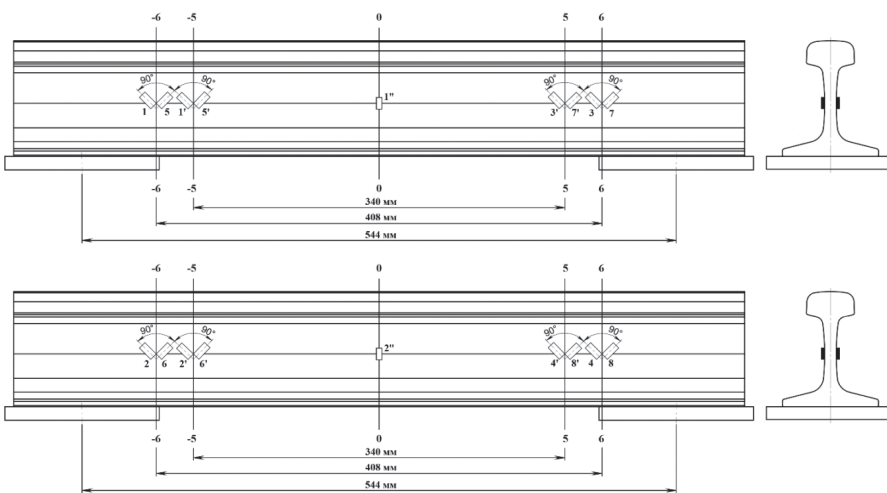


Рис. 8. Схема размещения тензорезисторов на рельсе:
 а – вид снаружи колеи; б – вид изнутри колеи; 1–8, 1'–8', 1''–2'' – номера тензорезисторов

Экспериментальные исследования по определению нагрузок от колеса на рельс

Испытаниям подвергался фрагмент рельса типа Р65, изготовленный согласно ГОСТ 8161–75 [12] длиной 665 мм, закрепленный на двух опорах (пластинах) размером 200×140×20 мм, расстояние между которыми составляет 544 мм. До начала испытаний была проведена прецизионная разметка фрагмента рельса между пластинами на 16 сечений с расстоянием между ними 34 мм (рис. 4).

Затем на обе стороны шейки рельса были наклеены тензорезисторы. Для определения нагрузки на рельс по измерению напряжения в двух сечениях рельса тензорезисторы размещаются

на нейтральной оси рельса в сечениях -6(6) и -5(5); для определения согласно ГОСТ Р 55050-2012 — на нейтральной оси рельса в сечении 0. Размещение тензорезисторов представлено на рис. 8.

Для регистрации сигналов в сечениях -5(5) и -6(6) тензорезисторы были соединены по схеме двух параллельных полных мостов с четырехпроводной схемой подключения; в сечении 0 — по схеме полного моста с четырехпроводной схемой подключения согласно ГОСТ Р 55050-2012.

Во время проведения испытаний к фрагменту рельса последовательно, по сечениям (рис. 9), через нагрузкатель прикладывалась статическая вертикальная нагрузка P : 0 кН, от 100 кН до 200 кН с шагом 25 кН с последующим снижением нагрузки от 200 кН до 100 кН, 0 кН с тем же шагом, до момента полной разгрузки. Регистрация в каждом цикле нагружения – обезгрузки проводилась непрерывно до полной разгрузки фрагмента рельса. Выполняли не менее трех циклов нагружения – обезгрузки.

По результатам исследовательских испытаний определены зависимости восстановленной вертикальной силы от положения точки приложения нагрузки по предлагаемому методу и согласно ГОСТ Р 55050-2012 (рис. 10).

Стандартное отклонение восстановленных усилий на длине измерительного участка 204 мм для измерительной схемы, расположенной в сечениях -6(6), составляет $\pm 0,93$ кН. Относительная по-

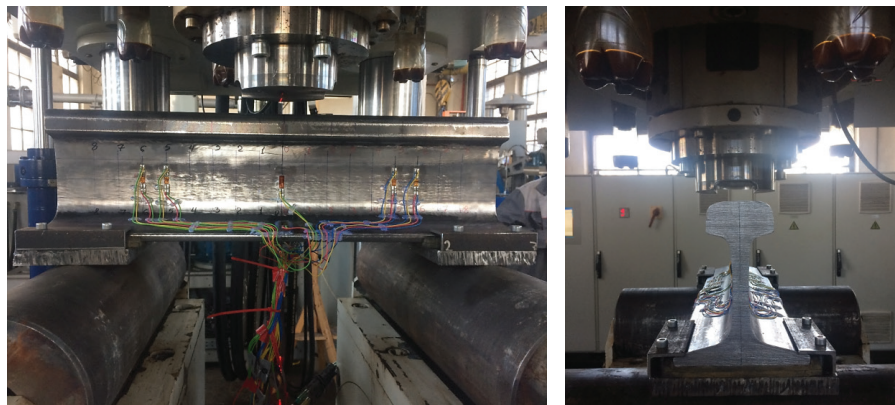


Рис. 9. Фрагмент рельса в стенде DYNASET-200 при проведении испытаний: а – вид спереди; б – вид слева

грешность при этом равна 0,16 %.

На основании результатов испытаний, где вертикальная статическая нагрузка от колеса на рельс определялась по измерению напряжений методом, описанным в ГОСТ Р 55050-2012, и сравнения полученных данных с результатами испытаний по определению нагрузки на рельс при измерении касательных напряжений в двух сечениях рельса установлено, что расхождение восстановления усилия величиной 200 кН при точке приложения нагрузки в сечении 0 для измерительной схемы, расположенной в сечении -6(6), относительно измерительной схемы, расположенной в сечении 0 и регистрирующей показания по ГОСТ Р 55050-2012, составляет 0,04 %, а для измерительной схемы, расположенной в сечениях -5(5), — 0,01 %.

Предлагаемая технология измерений грузовой вагона по воздействию на

путь. Вследствие особенностей пути на участке датчики были установлены на расстоянии 363 мм. Зависимость масштабного коэффициента измерительной схемы от положения колеса показана на рис. 11. На измерительном участке длиной 200 мм отклонения величины масштабного коэффициента от среднего значения не превышают 3 %, что удовлетворительно согласуется с расчетом метода конечных элементов (МКЭ). Длину измерительного участка можно увеличить до 360 мм при использовании переменного масштабного коэффициента. Результаты сравнения измерений показаны на рис. 12. Видно, что в момент прохождения середины измерительного участка результаты совпадают с измерениями по ГОСТ Р 55050-2012, а предложенный метод измерения дает многократно больше значений силы, что необходи-

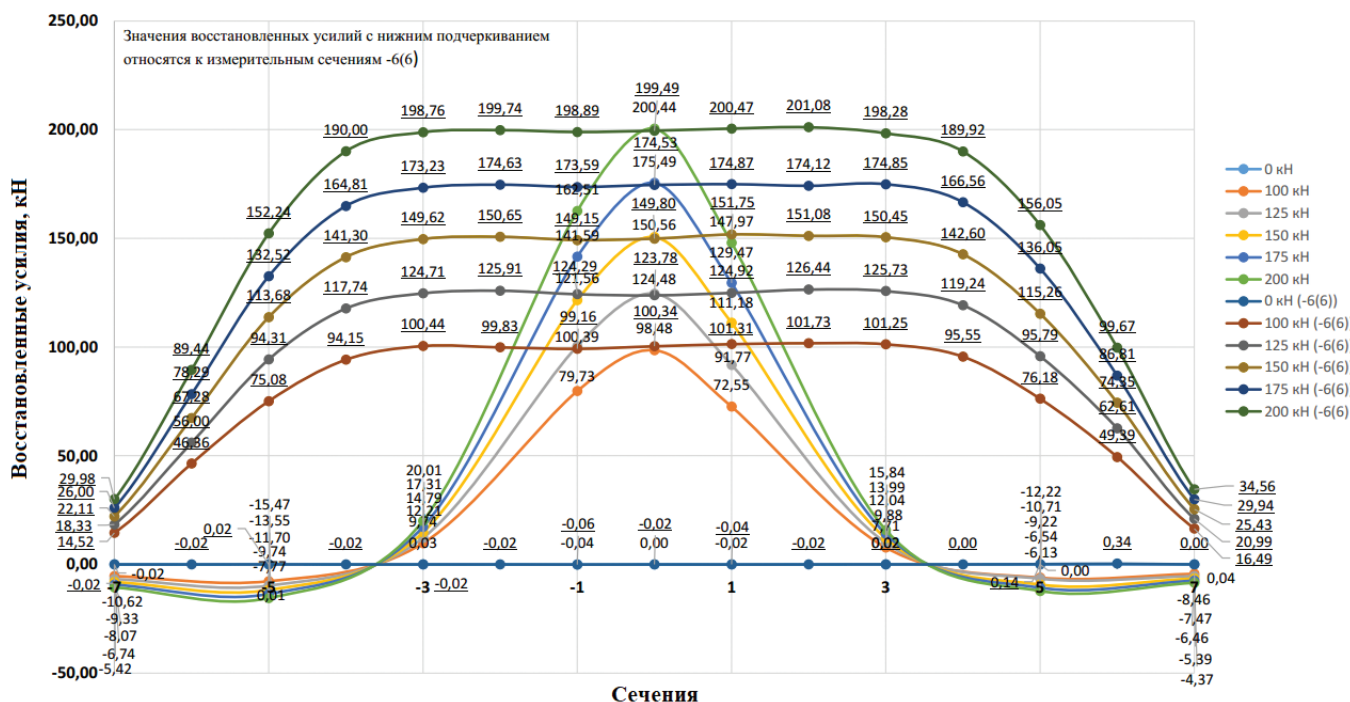


Рис. 10. Зависимость восстановленных усилий от точки приложения нагрузки по сечениям 6(-6)

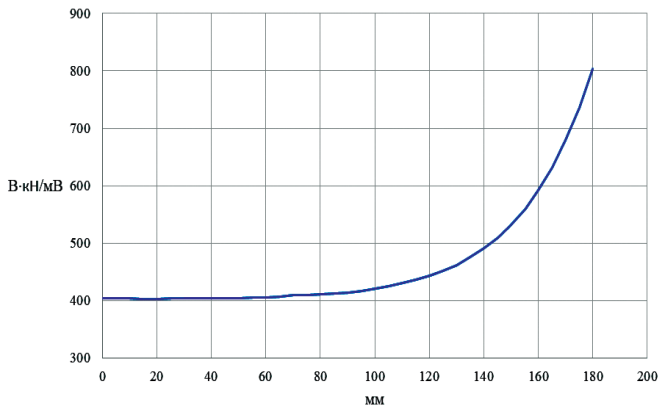


Рис. 11. Зависимость масштабного коэффициента схемы от положения колеса между измерительными сечениями

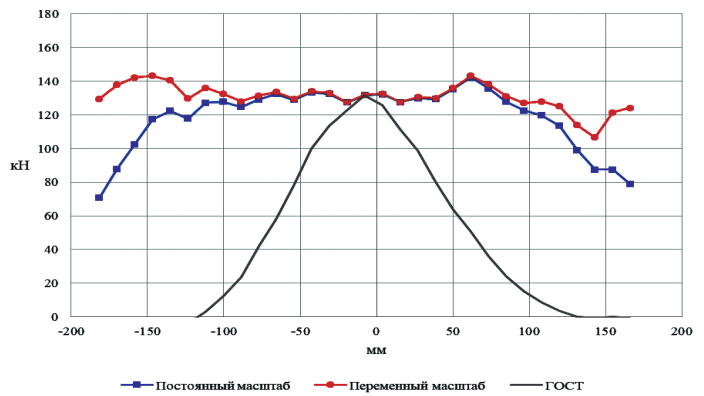


Рис. 12. Измеренная вертикальная сила от колеса при прохождении измерительного участка со скоростью 100 км/ч по ГОСТ Р 55050–2012, измерения по методу двух сечений с постоянным масштабным коэффициентом, с переменным масштабным коэффициентом

мо для оценки воздействия подвижного состава на путь.

Заключение и рекомендации

Теоретически обоснован и экспериментально проверен способ кусочно-непрерывной регистрации вертикальных сил, действующих от колес подвижного состава, по измерению напряжений в двух сечениях рельса на протяжении измерительного участка длиной, составляющей примерно 1/3 расстояния между шпалами (~200 мм). Указанный способ позволяет увеличить число получаемых экспериментальных данных в 20 раз по сравнению с измерениями по ГОСТ Р 55050–2012. Предложенный способ измерений малочувствителен:

- к поперечному смещению колеса относительно центра рельса (изменение показаний на 1,6 % при смещении 11,9 мм);
- к воздействию боковой силы (изменение показаний на 1,38 % при боковой силе 46 кН);
- к жесткости подрельсового основания (изменение показаний на 0,5 % при ее увеличении в 4 раза);
- к воздействию вертикальной силы от соседнего колеса тележки (изменение показаний не превышает 1,6 %).

Разработанный способ измерения сил по касательным напряжениям в рельсе в двух сечениях рекомендуется использовать при проведении испытаний по воздействию подвижного состава на путь, а также для выявления колес с дефектами на поверхности катания.

Измерение сил взаимодействия колес и рельсов по касательным напряжениям в двух сечениях рельса позволит:

- сократить число заездов подвижного состава по опытным измерительным участкам, вследствие этого уменьшить сроки и стоимость испытаний

по воздействию на путь по сравнению с испытаниями по ГОСТ Р 55050–2012;

- повысить выявляемость дефектов на поверхности катания колес при диагностике подвижного состава на ходу поезда.

Литература

1. Гапанович В. А. Вопросы взаимодействия подвижного состава и инфраструктуры при тяжеловесном движении // Железнодорож. трансп. 2016. № 10. С. 10–15.
2. Бороненко Ю. П., Третьяков А. В., Зимакова М. В. Оценка возможности и эффективности повышения осевых нагрузок грузовых вагонов // Техн. железн. дорог. 2017. № 1 (37). С. 32–37.
3. Вериго М. Ф., Коган А. Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. М.: Транспорт, 1986. — 559 с.
4. Ромен Ю. С. Динамика железнодорожного экипажа в рельсовой колее: Методика расчета и испытаний. М.: ВМГ–Принт, 2014. — 210 с.
5. Елисеев К. В., Исполов Ю. Г., Орлова А. М. Определение сил, возникающих при контакте колесной пары с рельсами // Науч.-техн. ведомости С.-Петерб. гос. политехнического ун-та. 2013. № 4–1(183). С. 262–269.
6. Bocciolini L., Bracciali A., Di Benedetto L et al. Wayside Measurement of Lateral and Vertical Wheel / Rail Forces for Rolling Stock Homologation // Proceed. Second Int. Conf. on Railway Technology: Research, Development and Maintenance / J. Pombo (ed). Stirlingshire: Civil-Comp Press, 2014. P.1–23.
7. Третьяков А. В., Петров А. А., Елисеев К. В. и др. Проведение ходовых динамических испытаний грузовых вагонов с применением тензометрической колесной пары // Изв. Петерб. гос. ун-та путей сообщения. 2017. Т. 14. Вып. 1. С. 127–136.

8. ГОСТ Р 55050–2012. Железнодорожный подвижной состав. Нормы допустимого воздействия на железнодорожный путь и методы испытаний (с изменением № 1 от 01.10.2014). М.: Стандартинформ, 2013. — 15 с.
9. Коссов В. С. Определение показателей воздействия подвижного состава на железнодорожный путь методом «РЖД-2016» / В. С. Коссов, А. А. Лунин // Материалы XII Международной научно-технической конференции «Подвижной состав XXI века: идеи, требования, проекты». — СПб.: ПГУПС, 2017. — С. 123–126.
10. Шевченко Д. В. Сравнение методов определения силовых факторов воздействия подвижного состава на путь / Д. В. Шевченко, Я. О. Кузьмицкий, Е. А. Рудакова, Т. С. Ку克林, А. М. Орлова, С. В. Дмитриев // Материалы XII Международной научно-технической конференции «Подвижной состав XXI века: идеи, требования, проекты». — СПб.: ПГУПС, 2017. — С. 97–99.
11. Шевченко Д. В., Савушкин Р. А., Кузьминский Я. О., Ку克林 Т. С., Рудакова Е. А., Орлова А. М. Разработка новых методов определения силовых факторов воздействия подвижного состава на путь // Техника железных дорог. — № 1 (41), 2018. — с. 38–51.
12. ГОСТ 8161-75. Рельсы железнодорожные типа Р65. Конструкция и размеры. — М.: Издательство стандартов, 1975. — 9 с.
13. Методика оценки воздействия подвижного состава на путь по условиям обеспечения его надежности. — М.: МПС, 2000. — 38 с.

Авторы выражают признательность за экспериментальное опробование предлагаемой технологии сотрудниками АО «НВЦ «Вагоны» Расцепкин Д. В., Кийко А. С., Белобородову Д. В. и сотруднику АО «ТИЦ ЖТ» Сергееву Д. А.