

# О потоковой связности и сбалансированности полигонных покрытий сети российских железных дорог



**А. Т. Осминин,**  
д. т. н., профессор,  
заместитель председателя  
Объединенного  
ученого совета  
ОАО «РЖД»



**А. Н. Баушев,**  
к. ф.-м. н.,  
доцент кафедры  
«Информационные  
и вычислительные  
системы»  
Петербургского  
государственного  
университета  
путей сообщения  
Императора  
Александра I

В статье описан оригинальный подход к решению задачи о покрытии сети российских железных дорог полигонами управления грузовым движением. Описаны алгоритм генерирования полигонных покрытий и методика их сравнения по двум показателям, названным авторами потоковой связностью и сбалансированностью. Приведены результаты применения этой методики для анализа фактических данных об исполненных заявках на железнодорожные перевозки грузов за май 2016 г.

Основные административные единицы в структуре управления перевозкой грузов по железнодорожной сети России — 17 железных дорог. По общему мнению специалистов, такая структура управления плохо согласована с достаточно стабильной структурой фактических грузопотоков. Значительная часть грузов в процессе перевозки пересекает несколько дорог, что вызывает смену административного контроля над их перемещением. Это негативно влияет на такие показатели перевозочного процесса, как скорость и своевременность доставки грузов, сохранность грузов и вагонов, и приводит к значительным финансовым потерям компании ОАО «РЖД».

Руководством компании была выдвинута идея новой структуры управления, базовыми административными единицами которой будут полигоны управления грузовым движением. Для апробации этой идеи в 2016 г. создан Восточный полигон, включающий в себя части территорий четырех дорог (Красноярской, Восточно-Сибирской, Забайкальской и Дальневосточной). Основной задачей полигона был контроль перевозки грузов между Западной Сибирью и Дальним Востоком. После сравнительного анализа перевозки грузов до и после формирования Восточного полигона можно сделать заключение о заметном повышении качества доставки грузов и экономической целесообразности создания новых административных единиц.

Положительный опыт создания Восточного полигона послужил толчком к развитию идеи покрытия всей сети же-

лезнодорожных грузоперевозок полигонами управления грузовым движением. Однако мнения экспертов по основным вопросам (количество и состав полигонов) оказались весьма различными, что свидетельствует о сложности и многокритериальности задачи. С целью создания фактической основы для выработки согласованного мнения экспертов во Всероссийском научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта разработана методика генерирования и сравнения полигонных покрытий по двум критериям: *потоковой связности* и *сбалансированности*.

Потоковая связность — число между 0 и 1, представляющее собой отношение (месячного) объема монополигонных грузоперевозок (т. е. таких, маршруты которых целиком проходили по территории одного полигона) к общему объему грузоперевозок. Сбалансированность — число между 0 и 1, представляющее собой отношение минимального монополигонного объема перевозок к максимальному. Чем ближе значения этих показателей к 1, тем лучшим считается полигонное покрытие.

Соответствующая двухкритериальная оптимизационная задача имеет тривиальное решение, согласно которому все дороги следует объединить в один полигон. Однако это решение имеет существенный недостаток: структура управления и контроля над процессами грузоперевозок становится весьма сложной, что приводит к затяжной реакции системы на управленческие решения.

Согласно мнениям экспертов число полигонов управления должно лежать

в интервале 3–8. Из результатов проведенных нами вычислительных экспериментов следует, что в любом из этих вариантов (и даже в случае покрытия сети двумя полигонами) идеального решения, в котором потоковая связность и сбалансированность равны 1, не существует. Оказываясь, увеличение потоковой связности приводит к снижению сбалансированности, а увеличение сбалансированности — к снижению потоковой связности.

Отметим, что потоковую связность можно считать главным из двух показателей полигонного покрытия, а сбалансированность — второстепенным. Увеличение потоковой связности влечет за собой снижение потерь, связанных со сменами административного контроля перевозок грузов, а увеличение сбалансированности вызывает только повышение равномерности в распределении объемов монополигонных перевозок между полигонами.

Нашу методику генерирования и сравнения полигонных покрытий по предложенным показателям не следует рассматривать как концептуальный подход к задаче формирования структуры полигонов управления грузовым движением на сети железных дорог. Это многокритериальная задача, в которой основными выступают критерии, определяющие экономическую эффективность формируемой структуры. Однако методика, основанная на сравнительно легко вычисляемых значениях объективных показателей полигонных покрытий — потоковой связности и сбалансированности, может служить полезным инструментом для согласования решений, предлагаемых различными экспертными группами. Кроме того, описываемый в настоящей статье метод построения и фильтрации полигонных покрытий может входить одним из базовых элементов в методики, опирающиеся на более сложные модели структуры полигонных покрытий.

### Математическая модель задачи о полигонных покрытиях

Пусть  $(X, \rho)$  — метрическое пространство, представляющее плоскую географическую карту РФ с топографическим (евклидовым) расстоянием между точками,  $S = \{s_1, \dots, s_N\}$  — множество точек в этом пространстве, представляющих станции погрузки и выгрузки грузов.

Для каждой пары точек  $s, t \in S$  будем считать заданным количество вагонов  $f(s, t)$ , которые были погружены на станции  $s$  и отправлены на станцию  $t$  за рассматриваемый период времени (месяц).

Для каждой пары точек  $s, t \in S$  таких, что  $f(s, t) > 0$ , задан также маршрут  $\mu(s, t)$  следования вагонов, который представляется на карте ломаной линией с вершинами из множества  $S$ .

Пусть  $\pi = (P_1, \dots, P_k)$  — семейство попарно непересекающихся открытых односвязных подмножеств  $X$ , замыкание объединения которых совпадает с  $X$ , причем  $S_j \equiv P_j \cap S \neq \emptyset$  ( $\forall j = 1, \dots, k$ ). Такое семейство мы будем называть *полигоном покрытием*  $X$ , его элементы — *полигонами*, а число  $k$  — *мощностью* покрытия.

Покрытие  $\pi = (P_1, \dots, P_k)$  называется *допустимым*, если для любого  $i \in \{1, \dots, k\}$  и для любых  $s, t \in S$  из условия  $s, t \in P_i$  следует включение.

Два допустимых полигонных покрытия  $\pi = (P_1, \dots, P_k)$  и  $\pi' = (P'_1, \dots, P'_k)$  называются *эквивалентными*, если множества  $\{S_1, \dots, S_k\}$  и  $\{S'_1, \dots, S'_k\}$  совпадают.

Положим  $F = \sum_{s, t \in S} f(s, t)$ ,  $F_i(\pi) = \sum_{\mu(s, t) \subset P_i} f(s, t)$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

Величина  $\alpha(\pi) = \sum_{i=1}^k F_i(\pi) / F$  называется *потоковой связностью* покрытия  $\pi$ , а величина  $\beta(\pi) = \min_i F_i(\pi) / \max_i F_i(\pi)$  называется *потоковой сбалансированностью* покрытия  $\pi$ .

Очевидно, что на классах попарно эквивалентных покрытий функционалы  $\alpha$  и  $\beta$  принимают постоянные значения. В дальнейшем, говоря о полигонном покрытии, мы будем понимать под этим термином соответствующий класс эквивалентных покрытий.

Пусть зафиксировано натуральное число  $k \geq 2$ . Обозначим символом  $\Pi_k$  множество всех допустимых полигонных покрытий мощности  $k$ . На множестве определим отношение частичного порядка («не хуже»):

$$\pi' \geq \pi'' \Leftrightarrow \alpha(\pi') \geq \alpha(\pi'') \ \& \ \beta(\pi') \geq \beta(\pi'')$$

Обозначим  $\Pi_k^*$  множество максимальных элементов в множестве  $\Pi_k$  относительно частичного порядка  $\geq$ . Множество состоит из таких покрытий, для которых не существует «лучшего» покрытия в множестве  $\Pi_k$ . Отношение  $>$  («лучше») определяется естественным образом:

$$\pi' > \pi'' \Leftrightarrow \pi' \geq \pi'' \ \& \ \pi' \neq \pi''.$$

Рассмотрим задачу построения множества  $\Pi_k^*$ . Каждому покрытию  $\pi \in \Pi_k$  соответствует точка  $\lambda(\pi) = (\alpha(\pi), \beta(\pi))$  координатной плоскости  $O\alpha\beta$ , причем, как следует из результатов вычислительных экспериментов, соответствие между множествами  $\Pi_k$  и  $\Lambda_k \equiv \lambda(\Pi_k)$  можно считать взаимно однозначным. Поэтому задача построения множества  $\Pi_k^*$  эквивалентна

задаче построения множества  $\Lambda_k^*$  максимальных элементов множества  $\Lambda_k$  на плоскости  $O\alpha\beta$  с естественным отношением частичного порядка. В дальнейшем, как это принято в экономической литературе, множества  $\Lambda_k^*$  и  $\Pi_k^*$  мы будем называть множествами Парето относительно критериев потоковой связности и сбалансированности.

Отметим, что если на декартовой плоскости заданы своими координатами  $n$  точек, то множество Парето для этого множества может быть построено за время  $O(n \log n)$  [3]. Если при этом координаты точек представляют собой независимые одинаково распределенные случайные величины с непрерывной функцией распределения, то математическое ожидание числа элементов множества Парето есть  $O(\log n)$ . Таким образом, в «типичных» ситуациях множество Парето содержит существенно меньше элементов, чем исходное множество.

Однако в нашем случае для построения множества Парето требуется предельно построить множества  $\Pi_k$  и  $\Lambda_k$ . Для этого необходимо рассмотреть всевозможные разбиения множества  $S$  на  $k$  непустых подмножеств и каждое из этих разбиений проверить на допустимость. Если разбиение проходит эту проверку, то покрытие  $\pi$  включается в множество  $\Pi_k$ , а соответствующая ему точка  $\lambda(\pi)$  включается в множество  $\Lambda_k$ .

Но число всех возможных разбиений множества  $S$  на  $k$  непустых подмножеств есть число Стирлинга второго рода [4], которое оценивается снизу величиной  $k^{N-k}$ , где  $N = \#S \approx 3500$ . Поэтому полный перебор вариантов практически неосуществим. Необходимо редуцировать размерность задачи и ограничиться поиском приближенного решения.

Модель, при помощи которой может быть осуществлена требуемая редукция, представляет собой сеть железнодорожных сортировочных узлов. Основанием для использования такой модели служит тот эмпирический факт, что большинство маршрутов следования вагонов проходит по этой сети, причем часть маршрута между первым и последним сортировочными узлами представляет собой кратчайший путь между ними в сети сортировочных узлов.

Пусть  $\theta_1, \dots, \theta_n$  — последовательность сортировочных узлов,  $V_1, \dots, V_n$  — соответствующая ей последовательность ячеек диаграммы Вороного [3] в пространстве  $(X, \rho)$ . Ячейка  $V_i$  состоит из тех точек карты, для которых узел  $\theta_i$  является ближайшим

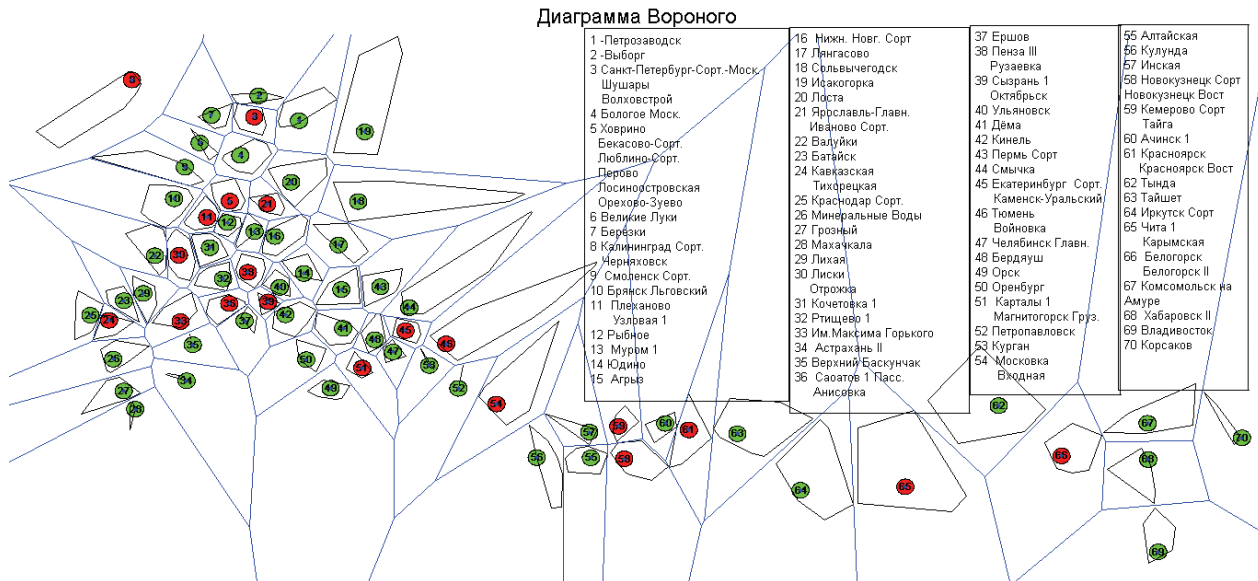


Рис. 1. Диаграмма Вороного

из всех узлов множества  $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ . нас интересуют только точки из множества  $S$ , поэтому мы рассматриваем только часть ячейки — выпуклую оболочку множества  $V_i \cap S$ . Она представляет собой выпуклый многоугольник на плоскости, вершины которого — некоторые (но не все) точки множества  $V_i \cap S$  (рис. 1).

На рис. 1 показана диаграмма Вороного, которая построена по 70 сортировочным узлам, представляющим 94 сортировочные станции. Если расстояние между станциями составляло менее 60 км, их объединяли в один сортировочный узел (красные кружки). Координаты станций на карте были взяты из справочника ЦНСИ. Каждый сортировочный узел лежит внутри двух выпуклых многоугольников. Внешний многоугольник — это ячейка  $V_i$ , а внутренний — это  $\text{conv}\{V_i \cap S\}$ .

Узлы  $\theta_i$  и  $\theta_j$  соединяются ребром в том и только том случае, когда отрезок, соединяющий соответствующие точки карты, целиком содержится в объединении  $V_i \cup V_j$ . Ребро снабжается весом  $\rho(\theta_i, \theta_j)$ . Построенный таким образом взвешенный граф называется *сетью сортировочных узлов* (рис. 2).

Пусть  $M$  — множество всех маршрутов следования вагонов. Введем следующие обозначения:  $\hat{\mu}$  — кратчайший путь в сети сортировочных узлов между первым и последним узлами маршрута  $\mu \in M$ ;  $\hat{\theta}(\mu)$  — множество вершин пути  $\hat{\mu}$ ;  $\hat{\theta}^s(\hat{\mu})$  — начальная вершина  $\hat{\mu}$ ;  $\hat{\theta}^t(\hat{\mu})$  — конечная вершина  $\hat{\mu}$ .  $E(\mu)$  — множество ребер пути  $\hat{\mu}$ ;  $f(\mu)$  — количество вагонов, перемещаемых по маршруту  $\mu$ . Последовательность вершин пути  $\hat{\mu}$  мы будем называть *следом* маршрута  $\mu$  на сети сортировочных узлов и обозначать  $Tr(\mu)$ .

На множестве ребер  $E$  сети сортировочных узлов определим весовую функцию  $\phi$  равенством:

$$\phi(e) = \sum_{\mu \in M, E(\mu) \ni e} f(\mu). \quad (1)$$

Если ребро  $e$  соединяет узлы  $\theta_i$  и  $\theta_j$ , то (2) представляет собой суммарное количество вагонов, перемещенных между этими узлами.

В основе предлагаемой методики генерирования полигонных покрытий лежит эвристический метод решения задачи о сбалансированных  $k$ -разрезах взвешенного графа [2]. В этом методе решение задачи построения сбалансированного разреза минимального веса аппроксимируется решением аналогичной задачи для максимального по весу остова данного графа.

Построим *остов максимального веса* для графа сети сортировочных узлов с весом (2).

На рис. 3 показан остов максимального веса, построенный по фактическим данным об исполненных заявках на перевозки грузов за май 2016 г.

Разрез остова на  $k$  компонент связности называется допустимым, если выполнено условие

$$\hat{\theta}^s(\hat{\mu}) \in C_i, \hat{\theta}^t(\hat{\mu}) \in C_j \Rightarrow Tr(\mu) \subset C_i. \quad (2)$$

С каждым допустимым разрезом  $C=(C_1, \dots, C_k)$  свяжем полигонное покрытие  $\pi=(P_1, \dots, P_k)$  пространства  $X$ , в котором  $P_i = \text{Int}(U_{j: \theta \in C_j} V_j)$ ,  $i=1, \dots, k$ , включим его в множество  $\Pi_k$ , вычислим  $\alpha(\pi)$  и  $\beta(\pi)$  и включим точку  $\lambda(\pi)=(\alpha(\pi), \beta(\pi))$  в множество  $\Lambda_k$ . Перебирая и фильтруя таким образом все возможные разрезы остова на  $k$  компонент связности, мы построим множества  $\Pi_k$  и  $\Lambda_k$  одновременно со взаимно однозначным соответствием между ними. Для конечного множества точек  $\Lambda_k$  на координатной плоскости  $O\alpha\beta$  множество Парето строится стандартным алгоритмом [3].

Строится стандартным алгоритмом [3].

### Алгоритм генерирования полигонных покрытий и результаты вычислительных экспериментов

Предварительный этап состоит в построении сети сортировочных узлов. Предполагается, что каждый узел имеет свой номер  $j$  и координаты на карте  $(x_j, y_j)$ . Нумерация может быть произвольной, а координаты берутся из справочника ЦНСИ.

Для построения сети необходимо для всех пар номеров  $(i, j)$  определить, существует ли ребро между соответствующими узлами. Согласно приведенному раньше определению для существования ребра необходимо и достаточно, чтобы для любого  $\omega \in [0, 1]$  ближайшей точкой в множестве всех сортировочных узлов к точке  $(x_\omega, y_\omega) = ((1-\omega)x_i + \omega x_j, (1-\omega)y_i + \omega y_j)$  была либо точка  $(x_i, y_i)$ , либо точка  $(x_j, y_j)$ , либо обе эти точки. Такую проверку можно осуществлять для дискретного достаточно плотного множества точек  $\omega$  отрезка  $[0, 1]$ . В нашем случае с помощью такого алгоритма была построена сеть на рис. 2, в которой  $n=70$  узлов и  $m=120$  ребер.

Основной этап связан с обработкой данных об исполненных заявках за рассматриваемый период и включает в себя следующие шаги.

**Шаг 1** (формирование множества следов маршрутов следования грузов). Для каждой заявки определяются: ближайший сортировочный узел  $\hat{\theta}^s$  к станции погрузки  $s$ , ближайший сортировочный узел  $\hat{\theta}^t$  к станции выгрузки  $t$ , кратчайший путь между этими узлами по сети сортировочных узлов

Граф сети сортировочных узлов

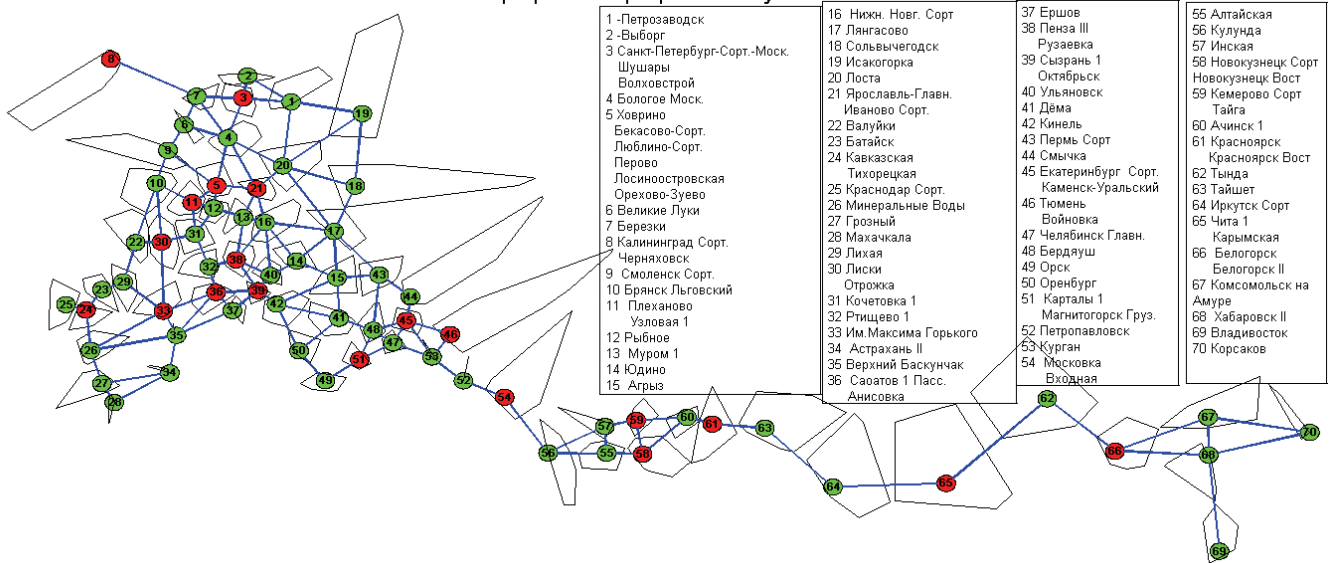


Рис. 2. Сеть сортировочных узлов

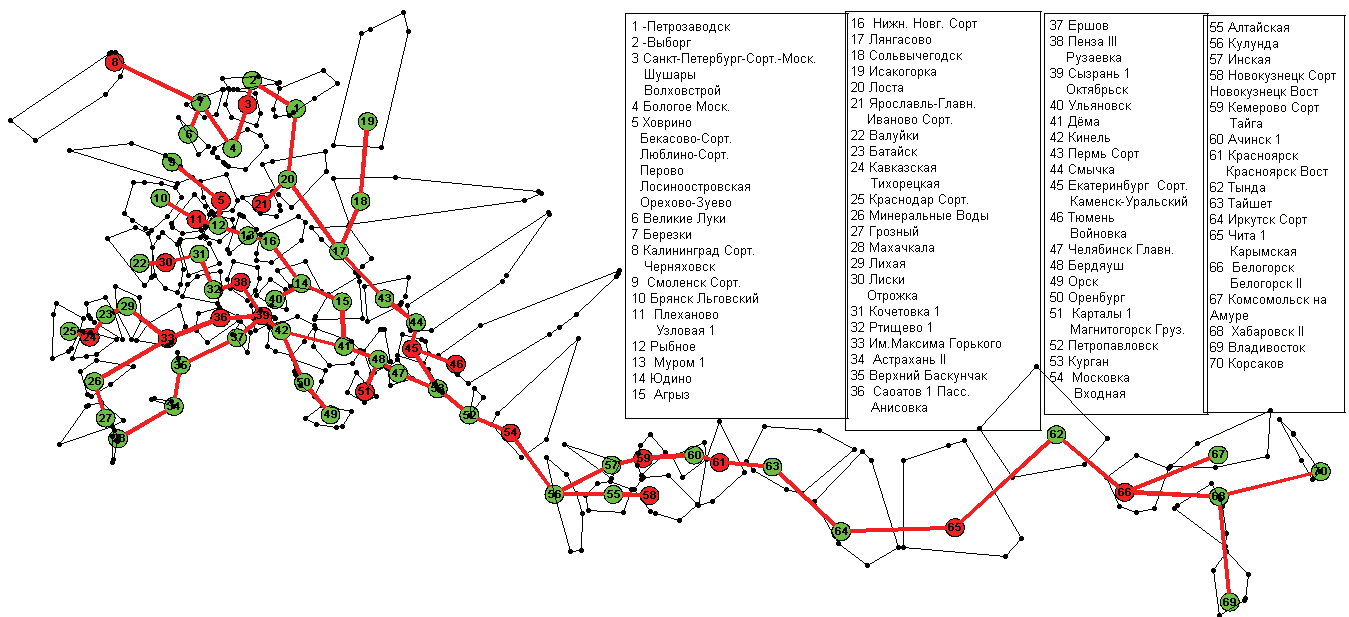


Рис. 3. Остов максимального веса

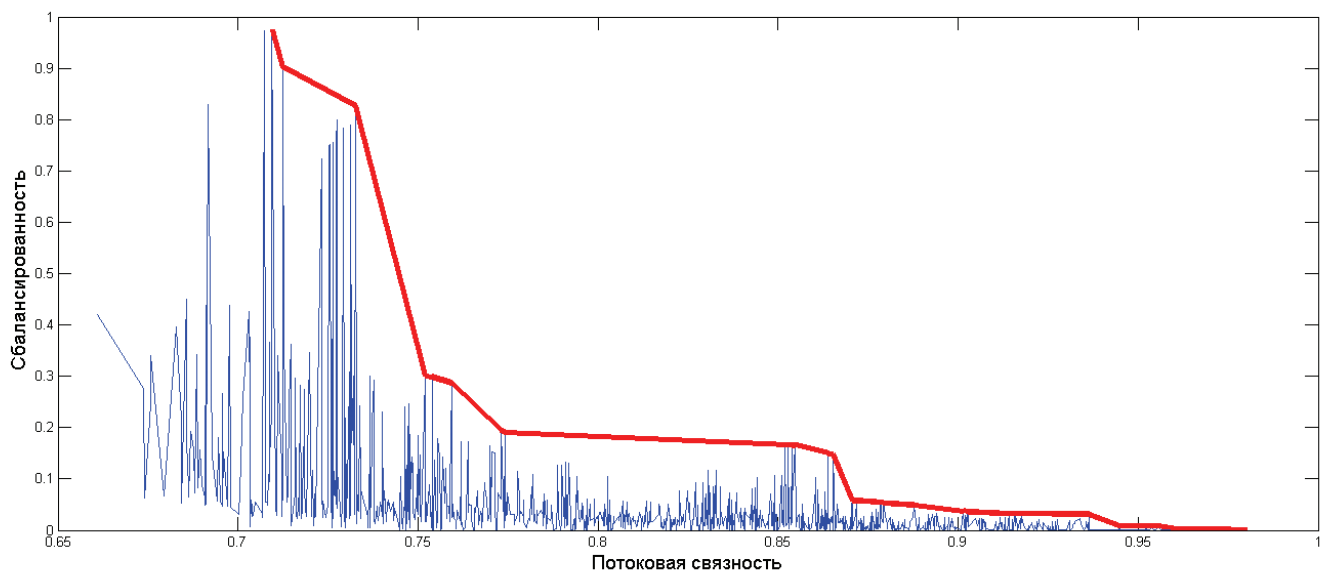


Рис. 4. Множества  $\Lambda_k$  и  $\Lambda_k^*$



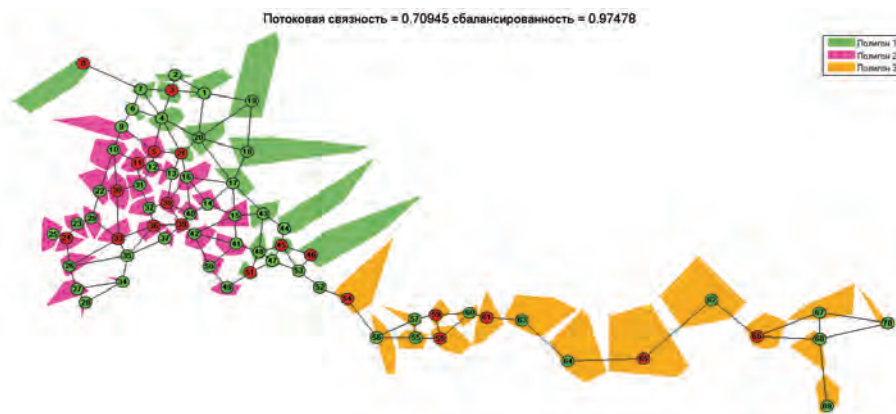


Рис. 5. Полигонное покрытие с параметрами  $\alpha \approx 0,71$ ,  $\beta \approx 0,97$

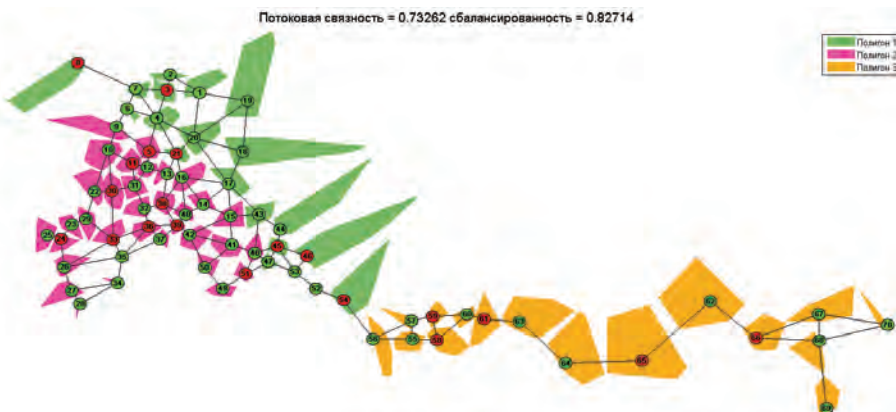


Рис. 6. Полигонное покрытие с параметрами  $\alpha \approx 0,73$ ,  $\beta \approx 0,82$

$\mu^i: \hat{\theta}^s \rightarrow \hat{\theta}^1 \rightarrow \dots \rightarrow \hat{\theta}^r \rightarrow \hat{\theta}^t$ , и формируется след перемещения заявки на сети сортировочных узлов  $Tr(\mu) = (\hat{\theta}^s, \hat{\theta}^1, \dots, \hat{\theta}^r, \hat{\theta}^t)$ .

**Шаг 2** (задание весов на ребрах сети сортировочных узлов). Для каждого ребра  $e$  сети сортировочных узлов вычисляется его вес  $\varphi(e)$  по формуле (1).

**Шаг 3** (построение остова максимального веса). Для сети сортировочных узлов с взвешенными ребрами строится остов максимального веса при помощи модифицированного алгоритма Краскала.

**Шаг 4** (нумерация  $k$ -разрезов остова). Ребра сети сортировочных узлов нумеруются  $\{1, \dots, n-1\}$  и формируется матрица размера  $C_{(n-1)}^{(k-1) \times (k-1)}$ . Строки матрицы состоят из  $(k-1)$ -го номера удаляемых ребер при построении соответствующего разреза.

**Шаг 5** (формирование множества допустимых разрезов). Перебираются строки матрицы, построенной на предыдущем шаге, находятся [4] компоненты связности  $(C_1, \dots, C_k)$  для веса, полученного из остова удалением соответствующих ребер, проверяются условия (2). Если они выполняются, то строка матрицы добавляется в строящуюся матрицу, вычисляются  $\alpha(\pi)$  и  $\beta(\pi)$  для соответствующего полигонного покрытия, строка  $\alpha(\pi)$  и  $\beta(\pi)$  добавляется в строящуюся матрицу  $\Lambda_k$ .

**Шаг 6** (формирование множества Парето). Строится множество Парето

для множества точек, координаты которых — строки матрицы  $\Lambda_k$ , формируются матрицы  $\Lambda_k^*$  и  $\Pi_k^*$ .

Для значений  $k \in (3:8)$  работа соответствующей программы на современных ПК занимает несколько часов машинного времени.

На рис. 4 графически показан результат работы программы для случая  $k=3$  по данным об исполненных заявках за май 2016 г. Вершины ломаной линии, огибающей график, представляют точки множества  $\Lambda_k^*$ .

На рис. 5, 6 показаны полигонные покрытия, отвечающие значениям параметров  $\alpha \approx 0,71$ ,  $\beta \approx 0,97$  и  $\alpha \approx 0,73$ ,  $\beta \approx 0,82$  соответственно.

На этих рисунках множества  $conv\{V_i \cap S\}$  закрашены общим цветом, если они включены в один полигон. Отметим, что различие между рис. 5, 6 заключается в перераспределении ячейки диаграммы Вороного, отвечающей сортировочному узлу 54 (Московка — Входная): на рис. 5 она включена в Восточный полигон, а на рис. 6 — в Северо-Западный.

Таким образом, ядро описанной в статье методики состоит в построении графа сети сортировочных узлов и эвристическом алгоритме решения задачи о сбалансированных разрезах взвешенного связного графа. Отметим, что граф сети сортировочных узлов может

служить полезным инструментом и для решения других сетевых задач. Его можно дополнить включением всех станций формирования, стыковых станций и крупных железнодорожных узлов.

Методику решения задачи о полигонных покрытиях можно распространить и на более общий случай, когда наряду с величинами рассмотренных показателей качества полигонного покрытия: потоковой связности и сбалансированности, — вычисляются и другие параметры, например значения протяженности железнодорожных путей или экономических показателей. Множество точек с координатами, представляющими значения показателей качества полигонного покрытия, будет расположено в пространстве  $R^d$ , где  $d > 2$ , и не может быть визуализировано так же просто, как в случае  $d=2$ . Но множество Парето в общем случае строится почти так же просто, как и в случае  $d=2$ .

Однако в тех случаях, когда речь идет о масштабном реформировании административной системы на сети железных дорог, подобные методики играют не определяющую, а вспомогательную роль для формирования решений. Сегодня руководство РЖД стоит перед сложной дилеммой. Кардинальное реформирование административной системы (ликвидация железных дорог и формирование полигонов управления перевозочными процессами) затрагивает жизненные интересы большого количества людей и не может не вызывать негативного отношения многих сотрудников РЖД. С другой стороны, формирование полигонов как параллельных административных структур неизбежно приведет к конфликтам старой и новой административных систем. Будущее покажет, как будут развиваться административные структуры компании ОАО «РЖД».

**Литература**

1. Aleksandrov L., Djidev H., Guo H. et al. Partitioning planar graphs with costs and weights // J. Exp. Algorithmics. 2006. Vol. 11. P. 1–28.
2. Baushev A. N., Adadurov S. E., Osminin A. T. et al. On balanced cuts of graphs in metric space. XX IEEE Int. Conf. Soft Computing and Measurements (SCM). St. Petersburg, 2017. P. 177–178.
3. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: введение. — М.: Мир, 1989.
4. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник С. Конкретная математика: основания информатики. — М.: Мир, 2006. — 703 с.
5. Кормен Х., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — М.: И. д. «Вильямс», 2013. — 1328 с.