

# Моделирование нестационарного температурного поля, формирующегося в элементах колеса при торможении

Причина воздействия неравномерного температурного поля состоит в том, что при торможении вагона сила трения между колесом и тормозной колодкой совершает работу, вызывающую тепловой поток к колесу через поверхность контакта с колодкой. В результате в колесе возникает неравномерное и нестационарное температурное поле, которое, в свою очередь, приводит к появлению температурных напряжений.



**В. М. Меланин,**  
канд. техн. наук, доцент кафедры «Вагоны и вагонное хозяйство», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ)

В процессе эксплуатации вагонное колесо подвергается различным видам внешних воздействий. Как показали экспериментальные исследования, воздействие неравномерного температурного поля при торможении вагона является существенным фактором, обуславливающим напряженно-деформированное состояние колеса.

Тепловое воздействие существенно отличается от действия обычных механических нагрузок, и это следует учитывать в методике математического моделирования тепловых процессов. Главная особенность теплового воздействия состоит в том, что оно не является внешней силой, а представляет собой тепловой поток к исследуемому объекту. Поэтому и для описания распространения тепла в колесе привлекается уравнение теплопроводности.

Задача по определению динамического температурного поля колеса решается в два этапа. На первом этапе определяется работа сил трения. Скорость движения и тормозное усилие полагаются в общем случае переменными, но заданными величинами. Тепловые процессы из рассмотрения на этом этапе исключаются.

Второй этап состоит в получении закона распределения нестационарного температурного поля в элементах колеса от теплового потока, эквивалентного работе сил трения, определенной на первом этапе.

Методика расчета базируется на следующих допущениях:

1. При определении мощности сил трения полагается, что колодка прилегает к ободу колеса по цилиндрической поверхности.
2. Торможение вагона происходит только за счет работы сил трения в колодках.
3. При определении мощности сил трения учитывается только энергия поступательного движения вагона, а кинетическая энергия вращающихся колесных пар во внимание не принимается.
4. Теплообмен на поверхности колеса с воздушной средой происходит по закону Фурье.
5. Начальная температура всех элементов колеса одинакова и равна температуре окружающей среды.
6. Температура в элементах колеса не зависит от возникающих в нем напряжений.

7. Не учитывается теплообмен между колесом и рельсом из-за значительного теплового сопротивления в зоне контакта вследствие небольших размеров зоны.

8. Диск колеса полагается цельным, без технологических отверстий.

9. Предполагается, что в зоне контакта ступицы и предподступичной части имеет место однородная среда, и предподступичная часть оси рассматривается как продолжение ступицы.

10. Считается, что в граничных сечениях ступицы тепловой поток вдоль оси равен нулю; однако условия теплообмена в упомянутых сечениях практически не влияют на закон распределения температуры в ободу колеса.

11. Область вблизи оси вращения из рассмотрения исключается, при этом тепловой поток в радиальном направлении полагается равным нулю.

12. Тепловой поток к колесу и, как следствие, температурное поле считаются осесимметричными.

При выполнении первого этапа расчета, в соответствии с первым допущением, считаем поверхность контакта колодки и колеса цилиндрической, что позволяет упростить решение поставленной задачи.

Тормозное нажатие  $P$  на колодку уравнивается распределенной реакцией колеса, нормальной к поверхности контакта.

$$P = Rl \int_{-\alpha}^{\alpha} q \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi, \quad (1)$$

где  $2\alpha$  — угол охвата колеса колодкой;

$P$  — сила тормозного нажатия колодки на колесо;

$R$  — радиус середины поверхности контакта с колодкой;

$l$  — длина образующей поверхности контакта с колодкой;

$\varphi$  — угловая координата;

$q$  — интенсивность реакции колеса, действующей на колодку.

Полная сила трения на поверхности контакта с колодкой равна:

$$F_{mp} = \mu Rl \int_{-\alpha}^{\alpha} q \cdot d\varphi, \quad (2)$$

где  $\mu$  — коэффициент трения колодки о поверхность катания.

В частном случае, если давление распределено по дуге равномерно ( $q = \text{const} = q'$ ), то его величину определим из условия (1):

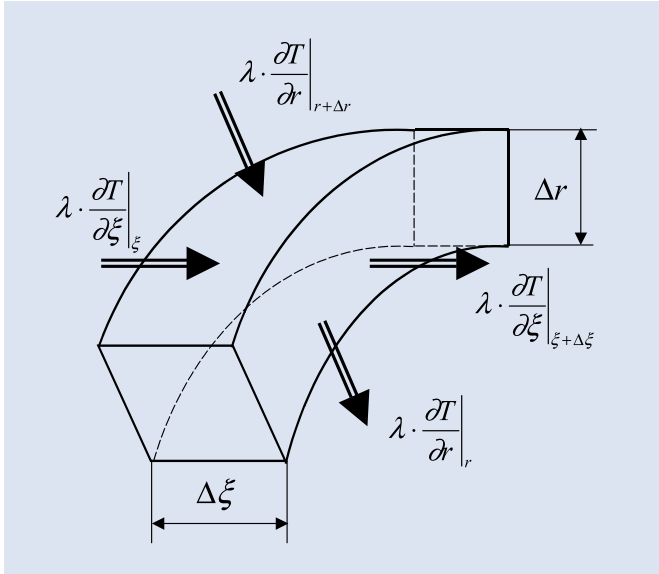


Рис. 1. Баланс тепла в малом элементе колеса

$$q' = \frac{P}{2Rl \sin \alpha}, \quad (3)$$

Тогда выражение (2) для силы трения примет вид:

$$F_{mp} = \frac{\mu P \alpha}{\sin \alpha}, \quad (4)$$

Формулу (4) целесообразно применять, если известны только величина тормозного нажатия на колодку, коэффициент трения и размеры колодки.

Величину силы трения можно определить и другим способом, рассматривая процесс торможения вагона в целом на основе закона сохранения энергии. В соответствии со вторым допущением изменение кинетической энергии вагона происходит только за счет работы сил трения между колодками и колесом, то есть:

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_k^2}{2} = \int_0^{S_m} kF_{mp} dS,$$

где  $m$  — масса вагона;

$V_0$  — начальная скорость движения вагона;

$V_k$  — конечная скорость движения вагона;

$k$  — количество тормозных колодок;

$S_m$  — пройденный путь при торможении.

При равномерном замедлении до остановки вагона ( $V_k = 0$ ,  $F_{mp} = \text{const}$ ) сила трения определится выражением

$$F_{mp} = \frac{mV_0^2}{2kS_m}, \quad (5)$$

В соответствии с законом сохранения энергии механическая энергия превращается в тепловую. Происходит нагрев поверхности контакта колодки с колесом, вызванный мощностью  $N$  сил трения:

$$N = F_{mp} V = V \mu R l \int_{-\alpha}^{\alpha} q \cdot d\varphi, \quad (6)$$

где  $V$  — скорость относительного перемещения поверхностей колеса и колодки, равная скорости движения вагона при отсутствии юза.

Возникающий тепловой поток к колесу является внешним воздействием на втором этапе расчета и равен мощности сил трения, отнесенной к площади поверхности контакта:

$$Q = \lambda \cdot \frac{N}{2\pi R l}. \quad (7)$$

В зоне контакта с колодкой на поверхность обода воздействует внешний тепловой поток, обусловленный работой сил трения. Для описания процесса распространения тепла в колесе

можно использовать дифференциальное уравнение теплопроводности.

Для этого рассмотрим баланс тепла в бесконечно малом кольцевом участке колеса. На рис. 1 показаны все действующие на него тепловые потоки. Введем для колеса общую систему координат  $O\xi r\beta$  с началом на оси вращения в левом граничном сечении ступицы,  $\xi$  — координатой вдоль оси,  $r$  — радиальной координатой,  $\beta$  — окружной координатой.

Баланс тепла состоит в том, что нагрев элемента за малый промежуток времени равен сумме всех тепловых потоков к нему. В результате получим дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$c\rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}, \quad (8)$$

где  $c$  — удельная теплоемкость материала;

$\rho$  — плотность материала;

$T$  — температура;

$t$  — время;

$\lambda$  — удельная теплопроводность материала.

Заметим, что уравнение (8) теряет смысл в точках, лежащих на оси вращения, для которых  $r = 0$  («особых» точках). Это препятствие обходится путем исключения из рассмотрения области вблизи оси (допущение 11). Основанием для данного допущения может служить то, что вследствие осевой симметрии тепловой поток через ось вращения отсутствует.

Внешние воздействия учитываются в граничных условиях, различных при контакте с воздушной средой и с тормозной колодкой.

На поверхности, граничащей с воздушной средой, происходит теплообмен по закону Фурье:

$$\alpha_b (T - T_b) = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n_p}, \quad (9)$$

где  $\alpha_b$  — коэффициент теплоотдачи материала на границе с воздушной средой;

$T_b$  — температура воздуха;

$n_p$  — внешняя нормаль к границе.

Для сечений, где теплообмен отсутствует (допущение 10), можно также воспользоваться граничным условием (9), положив в нем  $\alpha_b = 0$ .

На поверхности колеса, соприкасающейся с тормозной колодкой, граничное условие имеет вид:

$$\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = Q, \quad (10)$$

где  $Q$  — заданный тепловой поток (7), в общем случае переменный во времени.

Начальное условие (в соответствии с допущением 5) для всего колеса имеет вид:

$$T|_{t=0} = T_e, \quad (11)$$

Для интегрирования дифференциального уравнения теплопроводности (7) по пространственным координатам используем вариационный метод. Для уравнения теплопроводности составляется функционал:

$$J = \iint_{\Omega} \left[ \frac{\lambda}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \right)^2 + c\rho \frac{\partial T}{\partial t} T \right] dr d\xi + \int_{L_b} \left( \frac{\alpha_b}{2} T^2 - \alpha_b T_e T \right) dL_b - \int_i Q T r d\xi, \quad (12)$$

где  $\Omega$  — исследуемая двумерная область (поперечное сечение колеса);

$L_b$  — часть периметра поперечного сечения, граничащая с воздушной средой.

Температурное поле вычисляется из условия стационарности (минимума) функционала.

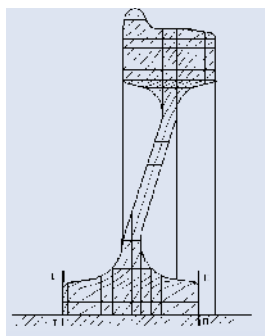


Рис. 2. Расчетная схема колеса при применении МКЭ

Интегрирование уравнения теплопроводности производится также с применением метода конечных элементов (МКЭ). В качестве конечного элемента примем кольцевой (геометрически осесимметричный) конечный элемент треугольного поперечного сечения, в котором отсутствуют тепловые потоки в окружном направлении.

На рис. 2 приведен вариант расчетной схемы колеса при применении МКЭ. Независимыми переменными являются температуры узлов.

Тепловой поток предполагается воздействующим равномерно на всю поверхность катания, так как тепловые процессы протекают гораздо медленнее, чем механические.

Примем линейную аппроксимацию температурного поля в пределах конечного элемента [2]:

$$T = \vec{F}^T \cdot \vec{T}, \quad (13)$$

где  $\vec{F}$  — вектор координатных функций для температурного поля элемента;

$\vec{T}_i = \{T_1; T_2; T_3\}$  — вектор узловых температур.

Рассмотрим вклад в общий функционал конструкции от одного конечного элемента. Подставим аппроксимацию температур (13) в выражение (12) и возьмем производную функционала по вектору узловых температур. В результате получим вклад в условие минимума функционала от одного конечного элемента:

$$\frac{\partial J_i}{\partial \vec{T}_i} = [R_i] \vec{T}_i + [M_i] \frac{\partial \vec{T}_i}{\partial t} - \vec{P}_i, \quad (14)$$

где  $[R_i] = \iint_{\Delta_i} \lambda \left( \frac{\partial \vec{F}}{\partial r} \cdot \frac{\partial \vec{F}^T}{\partial r} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \vec{F}^T}{\partial \xi} \right) r dr d\xi + \int_{L_{oi}} \alpha_n \vec{F} \cdot \vec{F}^T r dL_{oi};$

$[M_i] = \iint_{\Delta_i} c \vec{F} \cdot \vec{F}^T r dr d\xi;$

$$\vec{P}_i = \begin{cases} 0, & \text{на внутренней границе;} \\ \int_{L_{oi}} \alpha_n T_n \cdot \vec{F} r dL_{oi}, & \text{на границе } L_{oi}; \\ \int_{L_i} Q \cdot \vec{F} r d\xi, & \text{на границе } L_i. \end{cases}$$

Разрешающая система уравнений для конструкции в целом с учетом вкладов (14) от каждого конечного элемента и в матричной форме записывается следующим образом:

$$[R] \vec{T} + [M] \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} = \vec{P}, \quad (15)$$

где  $[R], [M]$  — матрицы коэффициентов для конструкции в целом;

$\vec{P}$  — вектор правой части для конструкции в целом;

$\vec{T}$  — вектор узловых температур для конструкции в целом.

Формирование матриц  $[R], [M]$  и вектора  $\vec{P}$  состоит в последовательном наложении блоков, взятых из матриц  $[R_i], [M_i]$  и  $\vec{P}_i$  всех конечных элементов, на области, соответствующие их узлам.

Сформированная таким образом разрешающая система уравнений (15) является системой обыкновенных дифференциальных уравнений по времени относительно узловых температур.

Начальные условия:

$$\vec{T}|_{t=0} = \vec{T}_0 \quad (16)$$

Для интегрирования по времени системы дифференциальных уравнений (15) с начальными условиями (16) применим конечно-разностную схему в виде интерполяционного метода Адамса вто-

рого порядка [3; 4]. При этом функция изменения температуры во времени аппроксимируется при помощи полинома второго порядка. Подобные схемы устойчивы при достаточно больших шагах интегрирования [5].

Исследуемый промежуток времени разбивается на малые промежутки  $\Delta t$ . Для начала процесса счета используются начальные условия (16). На каждом временном шаге по значениям, полученным на предыдущих шагах, вычисляется следующее значение неизвестной величины. Производная неизвестной по времени, входящая в дифференциальное уравнение (15), выражается через разность ее значений, и таким образом дифференциальное уравнение (15) преобразуется к алгебраическому (17):

$$\left( \frac{2}{\Delta t} [M] + [R] \right) \vec{T}_{i+\Delta t} = \left( \frac{2}{\Delta t} [M] - [R] \right) \vec{T}_i + \vec{P}_{i+\Delta t} + \vec{P}_i, \quad (17)$$

На каждом шаге матрицы коэффициентов системы уравнений и вектор правой части формируются заново, так как входящие в них теплофизические параметры являются функциями температуры. Для их формирования берутся значения температур с предыдущего шага. По каждому конечному элементу значения теплофизических параметров полагаются постоянными, зависящими от усредненной температуры элемента.

Полученное на каждом шаге алгебраическое матричное уравнение разрешается относительно вектора узловых температур конструкции.

Было проведено исследование двух основных режимов, которые представляют наиболее опасными с точки зрения повышения температуры колеса: экстренное торможение до остановки и торможение на затяжном спуске.

Осевая нагрузка принималась равной 25 т/ось, сила нажатия тормозной колодки — постоянной и равной 5 т, колодки полагались новыми композиционными, температура окружающей среды +30 °С.

Исследовались два варианта колес с точки зрения формы обода: колесо с максимальной толщиной обода (новое колесо, сплошная линия на графиках) и колесо, имеющее максимально допустимый в эксплуатации износ обода (изношенное колесо, штриховая линия).

При моделировании процесса торможения до остановки начальная скорость принималась равной 120 км/ч. На рис. 3 приведен график зависимости температуры колеса от времени для точки, расположенной на поверхности катания в середине зоны контакта с тормозной колодкой, где имеют место наибольшие значения температуры. Как видно из графика, в начальный период торможения температура резко возрастает, достигая за 12 с максимального

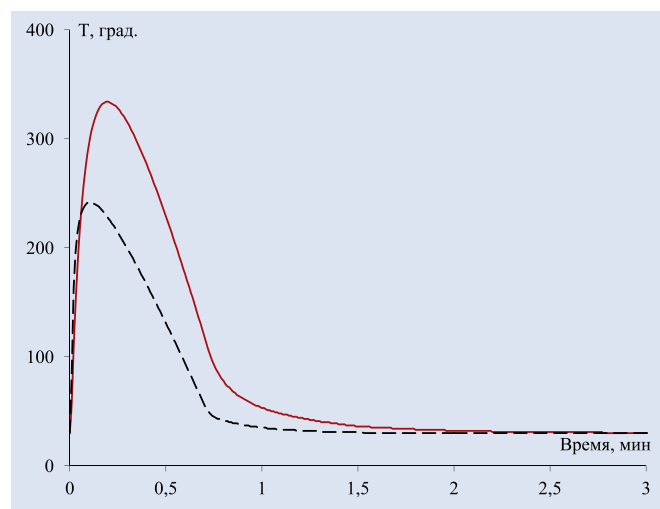


Рис. 3. Изменение во времени температуры колеса при торможении до остановки

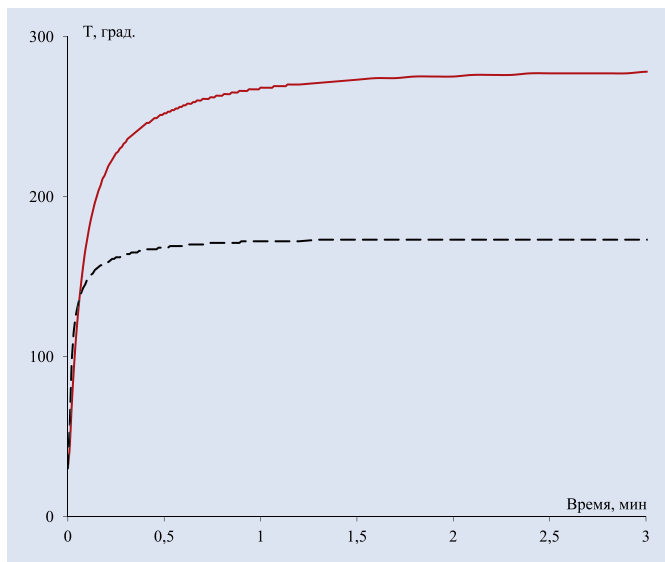


Рис. 4. Изменение во времени температуры колеса на затяжном спуске

значения 344 °С (в новом колесе). Затем температура начинает падать по закону, близкому к линейному, что связано со снижением теплового потока. Наконец, после остановки вагона (прекращения теплового потока) начинается более пологий участок падения температуры, пока она не достигнет значения температуры окружающей среды (через 2,8 мин). Время от начала торможения до полной остановки составило 43 с.

Для случая изношенного колеса закон изменения температуры имеет аналогичный характер. Отличием является то, что максимальное значение температуры у изношенного колеса в 1,4 раза ниже (242 °С) и достигается раньше — примерно через 6 с. Значительно быстрее происходит и полное остывание колеса до начальной температуры (за 1,5 мин). Можно заключить, что температура

в изношенном колесе быстрее реагирует на изменение теплового потока, так как в ободу изношенного колеса суммарная теплоемкость ниже, чем у нового колеса.

При моделировании режима длительного торможения вагона на затяжном спуске скорость принималась постоянной и равной 60 км/ч, внешний тепловой поток также полагался неизменным во времени. Рассматривалось изменение температурного поля колеса до появления установившегося режима.

На рис. 4 приведены графики зависимости температуры от времени. Общий характер изменения кривой включает три выраженных участка. На первом, начальном, участке температура резко возрастает по закону, близкому к линейному. На втором, переходном участке повышение температуры замедляется. И на третьем участке температура устанавливается на максимальном значении, которое составило для нового колеса 281 °С, а для изношенного — 173 °С (в 1,6 раза ниже). Режим изменения температуры можно считать установившимся через 9 мин от начала торможения для нового колеса и через 1,3 мин — для изношенного. ■

**Литература**

1. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир, 1981. 304 с.
2. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 318 с.
3. Мысовских И. П. Лекции по методам вычислений. М.: Физматгиз, 1962. 344 с.
4. Крылов А. Н. Лекции о приближенных вычислениях. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1950. 400 с.
5. Федоренко Р. П. Введение в вычислительную физику. М.: Изд-во Московского физико-технического института, 1994. 528 с.
6. Меланин В. М. Моделирование напряженно-деформированного состояния вагонного колеса, вызванного ударом о головку рельса. М.: Мир транспорта. 2010. №3. С. 20–25.

**« Т Р А Н С П О Р Т   Р Ф »**  
**К У П О Н   Н А   П О Д П И С К У**

**УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!** Для оформления подписки на журнал просим заполнить настоящий бланк и выслать по адресу 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9. После получения купона мы отправим вам счет. Оплатив его, отправьте в редакцию копию платежного поручения по факсу (812) 310-40-97. Поля, обязательные для заполнения, отмечены звездочкой (\*).

Наименование предприятия \*

Адрес доставки (фактический) \*

Тел.  Факс \*  E-mail \*

Фамилия, имя, отчество \*

должность

Юридический адрес \*

ИНН \*  КПП \*

Название банка \*

Расчетный счет \*

Корреспондентский счет \*  БИК \*

2013 г. \*  №1  №2  №3  №4  №5  №6      Количество экземпляров \*

**СТОИМОСТЬ ОДНОГО ЭКЗЕМПЛЯРА (БЕЗ УЧЕТА СТОИМОСТИ ДОСТАВКИ) — 770 Р., НДС НЕ ОБЛАГАЕТСЯ**